



# 19

## Задача с параметром

**19.1**

ФИПИ 8D6C09

Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$(x + \ln(x + a))^2 = (x - \ln(x + a))^2$$

имеет единственное решение на отрезке  $[0; 1]$ .**19.2**

ФИПИ 617476

Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение

$$4^x + (a - 6)2^x = (2 + 3|a|)2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$$

имеет единственное решение.

**19.3**

ФИПИ B384BC

Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение

$$25^x - (a + 6)5^x = (5 + 3|a|)5^x - (a + 6)(3|a| + 5)$$

имеет единственное решение.

**19.4**

ФИПИ E1F91F

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 4x^2 + 9a^2} = x^2 + 2x - 3a$$

имеет ровно 3 решения.

**19.5**

ФИПИ 36F316

Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$(2x + a + 1 - \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 + \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственное решение на отрезке  $[0; \pi]$ .**19.6**

ФИПИ 8C0C15

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 16x^2 + 64a^2} = x^2 + 4x - 8a$$

имеет ровно 3 решения.

**19.7**

ФИПИ 211B61

Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$(2x + a + 1 + \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 - \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственное решение на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .**19.8**

ФИПИ 3DD135

Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$(2x + \ln(x + 2a))^2 = (2x - \ln(x + 2a))^2$$

имеет единственный корень на отрезке  $[0; 1]$ .**19.9**

ФИПИ 56C747

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 3xy - 3y + 9)\sqrt{3-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

**19.10**

ФИПИ А22Е40

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2-3x} \cdot \ln(16x^2 - a^2) = \sqrt{2-3x} \cdot \ln(4x + a)$$

имеет ровно один корень.

**19.11**

ФИПИ АВЕ248

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + ay + a - 2 = 0, \\ x|y| + x - 2 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19.12**

ФИПИ CF1240

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_7(36 - y^2) = \log_7(36 - a^2 x^2), \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.13**

ФИПИ ЕЕ054F

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.14**

ФИПИ DA9BFE

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.15**

ФИПИ CDB8F3

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(a+1)x - 2ay + 5a^2 + 8a + 3 = 0, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.16**

ФИПИ 9F53F5

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-1} \cdot \ln(x^2 - 2x + 2 - a^2) = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

**19.17**

ФИПИ E76FF5

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - x)a^2 + (x^4 - x^3 - x + 1)a - x^3 + x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.18**

ФИПИ 7B510F

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ |y| = |x^2 - 2x| \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.19**

ФИПИ BB4A02

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 2a \leq x, \\ 6x > x^2 + a^2, \\ x + a \leq 6 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[4; 5]$ .**19.20**

ФИПИ 11D603

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a\left(x + \frac{4}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{4}{x}\right) - 25a + 10 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.21**

ФИПИ 907104

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2|x| + 3 + 7 \cdot |x| + 1 = 8y + 7x^2 + a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19.22**

ФИПИ 45927B

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a - 5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.23**

ФИПИ 44907E

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - x - 7a = |7x - a|$$

имеет ровно два различных корня.

**19.24**

ФИПИ 1CCE7C

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(4x + |x - a| - |3x + 1|)^2 - (a + 1)(4x + |x - a| - |3x + 1|) + 1 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.25**

ФИПИ D5CA79

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + ay - 5)(x + ay - 5a) = 0, \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.26**

ФИПИ 831474

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{x^2 + 8x + 16 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.27**

ФИПИ 04FEB6

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.28**

ФИПИ AD93BF

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} a(x - 1) \geq 4, \\ 2\sqrt{x - 2} \geq a, \\ 3x < a + 14 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[4; 5]$ .**19.29**

ФИПИ 07CC1C

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = (a + 2)x^2 + 2ax + a - 2, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.30**

ФИПИ 37FD10

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = ax + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.31**

ФИПИ 8F4718

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax^4 - 2x^3 + (a^3 - a)x^2 - (2a^2 - 2)x = -ax^3 + 2x^2 - (a^3 - a)x + 2a^2 - 2$$

имеет ровно два различных корня.

**19.32**

ФИПИ 4A8E2F

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = ax - 2a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.33**

ФИПИ 093D22

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + a^2 - 6x + 4a| = 2x - 2a$$

имеет ровно два различных корня.

**19.34**

ФИПИ FD16D2

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x - 1)a^2 - (x^3 - 2x^2 + 3x - 2)a - x^4 + 3x^3 - 2x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.35**

ФИПИ F3A6D5

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.36**

ФИПИ 0106DC

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 + (a - 3)^2 = |x - a + 3| + |x + a - 3|$$

либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

**19.37**

ФИПИ D354DE

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_{11}(a - y^2) = \log_{11}(a - x^2), \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.38**

ФИПИ 9437D5

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(5x - 2) \cdot \ln(x + a) = (5x - 2) \cdot \ln(2x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .**19.39**

ФИПИ EDB7D3

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 + x - 7a = |7x + a|$$

имеет больше двух различных корней.

**19.40**

ФИПИ 4B165E

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - x)a^2 - (x^4 - x^3 - x + 1)a - x^3 + x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.41**

ФИПИ 5F6C59

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x + 1)a^2 + x(x + 1)^2a + x^4 + 2x^3 - 2x - 1 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.42**

ФИПИ 577658

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + ax - 2x^2 - 6a - 3x + 9|x| = 0$$

имеет меньше четырёх различных корней.

**19.43**

ФИПИ C06958

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(|x - a - 1| + |x - a + 1|)^2 + a(|x - a - 1| + |x - a + 1|) + a^2 - 16 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.44**

ФИПИ 93CF53

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{4x^2 - (4a + 2)x + 2a}$$

на отрезке  $[0; 1]$  имеет ровно один корень.**19.45**

ФИПИ F605A0

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.46**

ФИПИ 752FA4

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - 2x + 12) \cdot \sqrt{y - 2x + 12} = 0, \\ y = ax - 10 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.47**

ФИПИ 7F7EC4

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7x - 4} \cdot \ln(x^2 - 8x + 17 - a^2) = 0$$

имеет на отрезке  $[0; 4]$  ровно один корень.

**19.48**

ФИПИ АЕА2СФ

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x-2)a^2 + (x^3 - x^2 - 4)a + x^4 - 4x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.49**

ФИПИ 6854С0

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - 2x + 12) \cdot \sqrt{y - 2x + 12} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.50**

ФИПИ 8257С0

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} ax \geq 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[3; 4]$ .**19.51**

ФИПИ 456В95

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x \leq 2a + 6, \\ 6x \geq x^2 + a^2, \\ x + a > 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[1; 2]$ .**19.52**

ФИПИ 073F98

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0$$

имеет четыре различных корня.

**19.53**

ФИПИ DADE95

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6x + 8y - 9, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.54**

ФИПИ ACF79C

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(3x + |x - a| + |2x + a + 1|)^2 - a(3x + |x - a| + |2x + a + 1|) + a^2 - 16 = 0$$

имеет ровно один корень.

**19.55**

ФИПИ 3Е3293

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x - 1) \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 6a - a^2} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 3]$ .**19.56**

ФИПИ F7E0EA

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 - x^3 - 3x^2 - x + a(x + 1)x = 3x^3 - 3x^2 - 9x - 3 + 3a(x + 1)$$

имеет ровно два различных корня.

**19.57**

ФИПИ FF3CE9

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(16 - y^2) = \log_3(16 - a^2 x^2), \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.58**

ФИПИ D5A8E6

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 + 2ax + (a + 2)y + 1 = 0, \\ xy + 1 = x + y \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.59**

ФИПИ E156E1

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19.60**

ФИПИ 8F61E2

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{36 - y^2} = \sqrt{36 - a^2 x^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.61**

ФИПИ 421A63

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + a^2 - 6x - 4a| = 2x + 2a$$

имеет четыре различных корня.

**19.62**

ФИПИ 7CC260

Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{x+4} \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.63**

ФИПИ 162563

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^2 - a^2}{x^2 + 6x + 9 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.64**

ФИПИ C7C26F

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x+2a} \cdot \ln(x-a) = (x-1) \cdot \ln(x-a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .**19.65**

ФИПИ 997C65

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .**19.66**

ФИПИ 3D7367

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a-y^2} = \sqrt{a-x^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.67**

ФИПИ BC0636

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(|x-a^2| + |x+1|)^2 - 7(|x-a^2| + |x+1|) + 4a^2 + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19.68**

ФИПИ E9FA32

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(4x - 3|x+a^2| + |x-1| + 3a^2)^2 - (a+1)(4x - 3|x+a^2| + |x-1| + 3a^2) + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

---

**19.69**

ФИПИ 3D498A

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x + 1) \cdot |x + 1| = 2x - a$$

имеет ровно два различных корня.